

Corrections de devoirs - n°1

Retrouvez tous les énoncés et les corrections des TPs sur ma page personnelle :

<http://perso.ens-lyon.fr/hadrien.croubois/>

Devoir n°4

Sujet

Exercice 2

7 - a. En utilisant la relation de la question 4, montrer que $I_{n+1} = \frac{3n-1}{3n} I_n$

b. En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n = \prod_{k=1}^{n-1} \frac{3k-1}{3k} I_1$

8 - On admet que $I_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

Compléter le programme ci-dessous permettant de calculer I_n

```
1  program ESC 2007
2  var
3    k,n: integer;
4    I: real;
5  begin
6    writeln('.....');
7    readln(n);
8    I:=;
9    for k:=2 to n do .....
10   writeln('.....')
11 end.
```

Corrigé

```
1  program ESC2007(input, output);
2  var
3    k,n: integer;
4    I: real;
5  begin
6    writeln('Donnez un n : ');
7    readln(n);
8    I := 3.1416 / (3 * sqrt(3));
9    for k := 2 to n do
10     I := I * (3*k-4) / (3*k-3);
11    writeln('Valeur de I_', n, ' = ', I);
12 end.
```

Commentaires

On a ici un exemple de code à trous. L'exercice est simple dans le sens où il suffit d'appliquer la formule don-

née dans la question précédente.

Attention toutefois aux indices dans la boucle `for`, là où la logique voudrait que l'on suive la formule de la question 7.b qui vas de 1 à $n-1$, le squelette fourni va de 2 à n .

On devra donc modifier la formule de la question 7.b pour prendre en compte ce changement d'indice. Une autre solution sera de modifier le squelette pour suivre l'intervalle logique. On remplacera alors la ligne 9 par :

```
for k := 1 to n-1 do I := I * (3*k-1) / 3*k;
```

Dans tous les cas, il conviendra d'expliquer rapidement les modifications faites à la formule ou au squelette.

À noter que si l'on oublie que la fonction $\sqrt{\quad}$ s'écrit `sqrt` en pascal (SQRT = Square Root), on pourra toujours l'écrire en langage mathématique $\pi/3\sqrt{3}$

Devoir n°3

Sujet

Exercice 1 2 - c. D'après ce qui précède, la suite $u_n = H_n(1)$ satisfait à la récurrence :

$$u_0 = 1, u_1 = 1 \forall n \geq 0, u_n = u_{n-1} - \frac{(n-1)u_{n-2}}{4}$$

Écrire un programme en Pascal calculant u_{2010}

Corrigé

Version iterative

```
1  program ESC2010(output);
2  var
3    u : real;
4    v : real;
5    w : real;
6    k : integer;
7  begin
8    u := 1;
9    v := 1;
10   for k := 2 to 2010 do
11     begin
12       w := v - (k-1)*u/4;
13       u := v;
14       v := w;
15     end;
16   writeln('u2010 = ', w);
17 end.
```

Version récursive

```

1 program ESC2010bis(output);
2 function u(n : integer) : real;
3 begin
4   if (n = 0) then u := 1
5   else if (n = 1) then u := 1
6   else u := u(n-1) - (n-1)*u(n-2)/4;
7 end;
8 begin
9   writeln('u2010 = ', u(2010));
10 end.

```

Commentaires

On a ici à faire à un calcul de suite récursive de degrés 2. Cet exercice très classique peut être résolu de deux manières différentes :

- En utilisant une boucle for pour calculer un à un les différents termes de la suite. On prendra garde à bien choisir l'intervalle pris par la variable k en s'intéressant au cas initial et au cas final. Cette méthode classique a été vue de nombreuses fois en cours pour le calcul de suite issues de l'approximation d'équations différentielles. Comme toujours il est important de bien gérer la mémoire. Une formule simple dit que pour une suite récursive d'ordre n (ici 2) il faudra $n + 1$ (ici 3) variables pour stocker les anciens résultats et le nouveau terme.
- En utilisant une fonction récursive. Cette méthode est plus simple car ne demande aucune réflexion sur la gestion des données en mémoire. Il est cependant nécessaire de savoir construire et utiliser des fonctions. À noter que même si cette méthode est théoriquement correcte, sa complexité en temps la rend inutilisable en pratique.

Remarque supplémentaire : on demande ici un programme, il est donc clairement attendu d'écrire toute la structure et de ne pas oublier la première ligne ni le point après le dernier `end`.

Concours blanc

Sujet

Exercice 2

On définit une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $u_0 \geq 0$ et, pour $n \geq 1$, $u_n = \sqrt{n + u_{n-1}}$

...

5 - Écrire en langage Pascal une fonction récursive ayant pour nom `suite` qui calcul le terme d'indice n de la suite lorsque $u_0 = 1$

Corrigé

```

1 function suite (n : integer) : real;
2 begin
3   if (n = 0)
4   then suite := 1
5   else suite := sqrt( n + suite(n-1) );
6 end;

```

Commentaires

La réponse demandée ici est très simple en apparence mais demande beaucoup de rigueur. Il faut d'abord suivre l'énoncé en ne fournissant que la fonction (et non pas un programme contenant la fonction), laquelle devra avoir le bon nom et le bon type.

Une fonction comme celle-là est simple mais demande une bonne compréhension de son utilisation future (cf. exercice si dessus). Il est, par exemple, exclu d'obtenir d'autres informations à l'aide d'un `readln`.